

行为保险学系列(一)

# 什么是对的保险决策? ——理性保险决策理论及其由来(下)

郭振华 | 上海对外经贸大学金融学院

本文受国家自然科学基金面上项目(71173144)的资助。



郭振华,上海对外经贸大学金融学院保险系主任、副教授,兼任中国保险学会理事、上海保险学会理事。长期讲授《保险学》《保险公司经营管理》等课程,主持完成国家自然科学基金、教育部社科基金、上海社科基金项目各一项。

上文梳理了理性风险决策理论<sup>①</sup>及其由来。所谓理性风险决策理论,就是指丹尼尔·伯努利1738年发明的期望效用理论。所谓理性风险决策,或对的风险决策,就是指在面临风险时,决策者对可能的行动方案(如不买保险和买保险)所致的期望效用进行比较,选择期望效用最大的行动方案。

#### 四、期望效用理论的公理化

丹尼尔·伯努利发明期望效用理论后,20世纪40年代,冯·诺依曼和摩根斯坦(von Neumann and Morgenstern,冯·诺依曼被后人称为“计算机之父”,摩根斯坦和冯·诺依曼合作发明了博弈论)将其进行了公理化<sup>②</sup>,建立了公理化的期望效用理论<sup>③</sup>。

冯·诺依曼和摩根斯坦首先为理性决策提供了一套明确的基本假设或者公理,这些公理主要包含:(1)有序性公理。即理性决策者可以对任意两个备选行动方案进行比较,结果是,要么偏好其中一个,要么对两个都无所谓。(2)占优性公理。即理性决策者永远都不会采取一个被其他行动策略占优的行动策略,所谓A策略比B策略占优,是指采取A策略一定比采取B策略更好,会带来更大的效用。(3)相消性公理。如果两个备选方案的行动结果都是不确定的,可能的结果中包含了一些数值相同且出现概率相等的结果(即两个概率分布中有部分完全相

同),那么,理性决策者在对这两个方案进行选择时,应该忽略那些数值相同且出现概率相等的结果的效用,或者说两个方案的相同部分应该相互抵销。(4)可传递性公理。如果理性决策者在方案A和方案B中更偏好方案A(即A比B好),在方案B和方案C中更偏好方案B(即B比C好),那么这个人在方案A和方案C中肯定更偏好A方案。(5)连续性公理。对于任何一组结果,如果出现最好结果的概率非常大,那么,理性决策者总是偏好最好和最坏的结果中进行赌博而不是选择一个中间值。例如,如果面临这样的选择,方案1的结果是确定地获得100元,方案2是以1/100万万的概率遭受巨额损失、以“1-1/100万”的概率获得1000元,理性决策者会偏好方案2。(6)恒定性公理。理性决策者不会受到备选方案的表现方式的影响。例如,面对本质上相同的一个复杂赌博(如两阶段彩票,第一、第二阶段的获奖概率均为50%,两阶段均中奖则得到1000元)和一个简单赌博(如一次性彩票,获奖概率25%,获奖金额1000元),理性决策者肯定会认为两者无差异,而不是偏好某一个。

在定义上述公理的基础上,冯·诺依曼和摩根斯坦从数学上对期望效用最大化准则的合理性进行了论证,他们从数学上证明了,如果个体的偏好能够满足上述理性行为的基本公理,那么该个体所做出的决策就可

以被认为达到了期望效用最大化。反之,如果决策者违背了这些公理,期望效用就无法达到最大化。

从此,不确定条件下的决策理论取得了重大进展,期望效用最大化被视为理性行为准则,因为它是由一些所有理性人都会接受的公理化原则推导出来的,是一套科学的理论体系。

### 五、经典经济学中的理性保险决策

冯·诺依曼和摩根斯坦将期望效用理论公理化后,期望效用理论逐渐成为标准化的风险决策理论,经济学家逐渐将该理论指导下的不确定条件下的选择理论写入了经济学教科书,并且将保险决策作为经典案例。

所以,经典经济学中保险决策理论的基础就是期望效用理论,所谓理性保险决策,或者对的保险决策,就是在面对可保风险时,理性人会选择使自己的期望效用最大化的行动方案。

#### (一)理性保险决策

这里用一个案例来说明经典经济学中的理性保险决策。假设张三的效用函数为 $U(W)$ ,目前拥有的总财富为 $W_0$ 。张三有一处房产,该房产面临火灾风险,火灾发生概率为 $p$ ,一旦发生火灾,张三将遭受损失 $L$ 。在面临火灾风险的情况下,张三有两个行动方案可供选择:一是向保险公司投保,保险金额为 $L$ ,假定保险公司仅收取纯保费,纯保费等于火灾风险的期望损失 $pL$ ;二是不向保险公司投保。

张三该如何选择呢?按照理性风险决策理论,张三需要将投保和不投保这两个方案的期望效用进行比较,选择期望效用较大的方案。保险决策及其后果可以用收益矩阵来描述,矩阵中的每一行对应的是可供决策者选择的各种行动方案,每一列对应的是可能发生的自然状态,每个单元格的内容是由某一行动方案与某一自然状态共同决定的张三的财富水平。张三的保险决策的收益矩阵如表1所示,在发生火灾且投保的情况下,张三的财富水平之所以

是 $W_0-pL$ ,是因为损失 $L$ 被保险公司的赔偿完全抵消掉了。

表1 保险决策的收益矩阵

可选择的行动方案	自然状态		财富期望值
	发生火灾 (概率为 $p$ )	未发生火灾 (概率为 $1-p$ )	
不投保	$W_0-L$	$W_0$	$W_0-pL$
投保	$W_0-pL$	$W_0-pL$	$W_0-pL$

则,方案“不投保”和“投保”的期望效用分别为:

$$EU(\text{不投保})=p \cdot U(W_0-L)+(1-p) \cdot U(W_0)$$

$$EU(\text{投保})=p \cdot U(W_0-pL) + (1-p) \cdot U(W_0-pL)=U(W_0-pL)=U[p(W_0-L)+(1-p)W_0]$$

在张三的效用函数是凹函数(即边际效用递减)的情况下,根据詹森不等式 $E[f(X)] < f[E(X)]$ ,任何凹函数 $f(X)$ 的期望值总是小于 $X$ 的期望值的函数值,所以,不投保的期望效用小于投保的期望效用。

$$EU(\text{不投保}) < EU(\text{投保})$$

这说明,如果保险公司仅收取纯保费,理性的张三会选择投保。也正是由于张三投保的效用大于不投保的效用,保险公司可

以在纯保费之上再向张三收取一些附加保费,只要保证附加保费不要大到使张三的选择改变为止。于是,在附加保费不高的情况下,张三的理性选择仍然是投保。

另外,从表1最后一列可以看出,在保险公司仅收取纯保费的条件下,张三在投保和不投保两种方案下的财富期望值其实是相同的,均为 $W_0-pL$ ,那张三为何会选择投保呢?根本原因就在于张三是风险厌恶的,正是张三对风险的厌恶使得张三在投保时的效用相对较大,使得张三愿意在纯保费之外支付风险溢价——附加保费,从而使保险公司也有利可图,使保险交易得以真正达成。

#### (二)理性保险决策的图形描述

可以用效用函数图形来描述上述方案选择。图2为张三的边际效用递减的效用函数,横轴表示财富 $W$ ,纵轴表示不同财富水平对应的效用 $U(W)$ 。按照上述计算,在保险公司仅收取纯保费的情况下,张三不投保时的期望效用为B点的效用水平,投保时的期望效用为C点的效用水平。显然,投保的期望效用大于不投保的期望效用,所以,张三

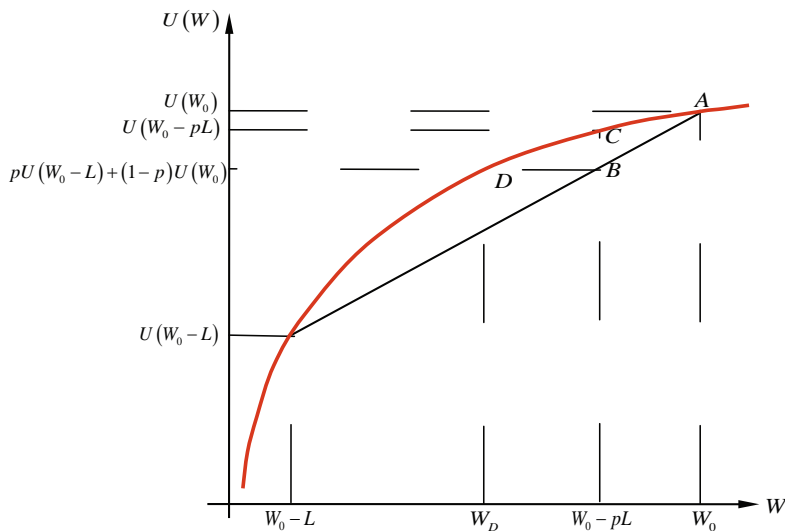


图2 张三的效用函数及投资决策

的理性选择是投保。

如果保险公司在纯保费  $pL$  基础上收取附加保费,则,当总保费为  $W_0 - W_D$  时,张三选择投保和不投保两种方案的期望效用相等。所以,  $DB$  的长度对应着保险公司可以收取的最大附加保费水平,或者说,只要保险公司收取的附加保费低于  $W_0 - pL - W_D$ ,张三的理性选择就是投保。

### (三)数字化的例子

假设张三的效用函数为  $\sqrt{W}$ , 目前拥有的总财富为 100 万元。张三有一处房产,该房产面临火灾风险,火灾发生概率为  $1/5000$ ,一旦发生火灾,张三将遭受损失 50 万元。在面临火灾风险的情况下,张三有两个行动方案可供选择:一是向保险公司投保,保险金额为 50 万元,假定保险公司仅收取纯保费 100 元 ( $1/5000 \times 50$  万元);二是不投保。

张三该如何选择呢?按照理性风险决策理论,张三需要将投保和不投保这两种方案的期望效用进行比较,选择期望效用大的方案。张三面临的收益矩阵如表 2 所示。

表 2 保险决策的收益矩阵 单位:元

可选择的行动方案	自然状态		财富期望值
	发生火灾 (概率为 $1/5000$ )	未发生火灾 (概率为 $1-1/5000$ )	
不投保	500 000	1 000 000	999 900
投保	999 900	999 900	999 900

则,方案“不投保”和“投保”的期望效用分别为:

$$EU(\text{不投保}) = 1/5000 \cdot \sqrt{500000} + (1-1/5000) \cdot \sqrt{1000000} = 999.94$$

$$EU(\text{投保}) = \sqrt{999900} = 999.95$$

$$EU(\text{不投保}) < EU(\text{投保})$$

理性的张三将选择投保。张三愿意支付的最大附加保费为:

$$999900 - [EU(\text{不投保})]^2 = 999900 - 999880 =$$

20(元)

即,只要保险公司收取的保费不超过 120 元(纯保费 100 元加最大附加保费 20 元),理性的张三将会选择投保。

## 六、风险管理角度的理性保险决策理论

保险购买决策与日常消费决策相比有很大的不同,一般的消费决策是消费者花钱买一件自己需要的用品,如食品、衣服等,而保险购买决策是消费者自己本来就有一件不好的东西——“风险”,想通过购买保险这种风险管理措施把“风险”这件坏东西除掉或降低。

这里从风险管理角度,即消除或降低风险的角度对理性保险决策进行分析。风险会让人感觉到担心或不舒服,这种令人不舒服的东西会给人带来负效用,保险的作用就是消除这种负效用,但保费支出同样会降低消费者的效用。所谓理性的保险决策,就是比较风险本身带来的负效用与保费支出带来的负效用的大小,如果后者小于前者,说明花费较小的代价可以把较大的坏东西除去,就应该选择购买保险。

仍以张三面临火灾风险为例进行分析。先计算火灾风险给张三带来的负效用。如果张三没有火灾风险,他的效用是  $U(W_0)$ ,即图 2 中的 A 点;张三面临火灾风险后,他的期望效用是“ $p \cdot U(W_0 - L) + (1-p) \cdot U(W_0)$ ”,即图 2 中的 B 点。也就是说,该火灾风险给张三带来的负效用是  $U_A - U_B$ 。

接下来计算保费支出给张三带来的负效用。如果保险公司仅收取纯保费  $pL$ ,保费支出将使张三的财富水平从  $W_0$  降低到  $W_0 - pL$ 。相应地,这项花费将使张三的效用水平从  $U(W_0)$  降到  $U(W_0 - pL)$ ,即从图 2 中的 A 点降到 C 点。也就是说,如果张三购买保险,保费支出给张三带来的负效用是  $U_A - U_C$ 。

两害相权取其轻,因为  $U_A - U_C$  小于  $U_A - U_B$ ,所以,张三的理性选择是购买保险。从图 2 来看,保险公司可以收取的最大保费

为  $W_0 - W_D$ ,可以收取的最大附加保费为  $W_0 - pL - W_D$ 。

用火灾风险给张三带来的负效用  $U_A - U_B$  减去保费支出给张三带来的负效用  $U_A - U_C$ ,其差额是  $U_C - U_B$ ,这实际上就是购买保险这一风险管理措施带来的收益,正好等于第五部分的“ $EU(\text{投保}) - EU(\text{不投保})$ ”,真是异曲同工。

## 七、理性保险决策理论的假设条件、违背及新理论需求

### (一)理性保险决策理论的假设条件

上述理性保险决策理论暗含一系列假设条件,只有在消费者满足如下条件的情况下,消费者才会做出上述的“理性选择”或对的保险决策。

第一,完全信息假设。即个体对自己的每一行动方案(投保和不投保)的结果及其对应的概率拥有完全信息。例如,在上例中,张三不但精确地知道自己的房子面临火灾风险,火灾发生概率为  $1/5000$ ,一旦发生火灾,自己将遭受 50 万元的损失,而且,张三还清楚地知道,如果自己购买 50 万保额的保险,自己的财富水平将被锁定在 999900 元。

第二,个体遵从期望效用理论的各个公理,包括有序性公理、相消性公理、可传递性公理、恒定性公理等。

第三,个体的效用函数适用基数效用理论,个体能够在掌握风险信息的基础上依照期望效用理论进行计算,并选择期望效用较大的行动方案。

第四,保费充足假设。在上述理性保险决策理论中,并没有从个体收入角度去考虑个体是否有足够的钱去支付保费,或者说理性保险决策理论假设有足够的保费预算。

### (二)假设条件与现实世界有诸多不符

但在现实世界中,上述各条假设都可能得不到满足:

第一,消费者很难准确估计自己面临的危险。如果消费者低估了自己面临的危险,





按照期望效用理论,消费者很可能就不会选择购买保险了。

第二,消费者也不一定能够遵从期望效用理论的各个公理。例如,框架效应的研究成果表明,决策者经常违背恒定性公理,人们的选择会受到问题呈现的顺序、问题出现的情境、答案选项的范围、答案选项出现的顺序、问题是从收益还是从损失的角度来提问等因素的影响。面对本质上相同的问题,只要改变措辞方式和顺序,决策者的选择就

可能改变。

第三,期望效用计算其实主要发生在理论研究和大学教室中,现实世界中很少有人会真的去计算期望效用,而且效用其实只是个人的一种主观感觉,很难将其量化,基数效用理论在现实世界很可能并不适用。

第四,消费者在保险决策中显然会受到收入水平的限制。现实世界中,个体的收入有诸多用途,需要购买各种各样的商品和服务来满足自己的需求,换句话说,各种商品和服务在消费者那里其实是相互竞争的,收入水平显然会影响个体的保险决策。例如,对一个收入很低的家庭来说,其收入只能满足其生活必需品的消费,自然就无法或没有心思去购买保险。

### (三)需要构建能够解释保险市场的决策理论

基于期望效用理论的理性保险决策理论是一个标准化决策模型,该理论说明,在满足上述假设条件情况下,理性人将会选择购买保险,这里称之为理性保险决策或对的保险决策。

可在现实世界中,多数人不会主动购买保险。而且,出险概率越低,保险购买意愿越低,越是需要保险公司投入大规模人力进行面对面销售。

所以,基于期望效用理论的理性保险决策理论并不是一个很好的描述性模型,即现实中人们如何作保险决策的模型,需要建立更加符合现实的保险决策理论,用以解释真实的保险市场。■

注释:

①本文不区分风险决策与不确定决策,因为这样并不影响本文的讨论和逻辑,尽管有些论著认为风险和不确定性存在区别。

②公理是指依据人类理性的不证自明的基本事实。公理化是一种重要的研究方法,它的主要精神是从尽可能少的几条公理以及若干原始概念出发,应用逻辑规则和数学推导出尽可能多的命题。这种逻辑推演过程被称为“证明”,被证明的结论称为“定理”,科学体系就是由一系列概念、公理和命题(或定理)构成的。

③效用理论分为基数效用理论和序数效用理论。基数效用理论认为,效用可以精确计量和加总,其大小可以用1,2,3,……来表示。序数效用理论认为,效用不可以度量,只能根据主体偏好的程度排出偏好顺序:第一、第二、第三……